ISBN : 978-602-60838-1-4

Solusi Numerik Model Matematika SEII$_T$ (Susceptible- Exposed-Ill-Ill with Treatment) Pada Penyakit Diabetes Mellitus dengan Menggunakan Metode *Hamming-RK4*

Wahyudin Nur[1], Phika Ainnadya Hasan
[1]Program Studi Matematika FMIPA Universitas Sulawesi Barat
[2] Program Studi Pendidikan Biologi FKIP Universitas Sulawesi Barat

e-mail: [1]wnalafkar93@gmail.com, [2]phkhasan@gmail.com

Abstrak

Penyakit Diabetes adalah penyakit yang terjadi karena tingginya kadar gula dalam darah seseorang. Dalam artikel ini penulis melakukan simulasi numerik model matematika SEII$_T$ (Model Epidemik Susceptible, Exposed, Ill, Ill with Treatment) pada penyakit Diabetes Mellitus dengan menggunakan Metode Hamming yang dipadukan dengan metode Runge Kutta Orde 4.. Dengan memilih $\beta = 0,000003$ *diperoleh* $r_0 = 0,39818 < 1$ *yang mengakibatkan Kelas Ill dan Ill with Treatment menuju 0 dan setimbang seiring berjalannya waktu dan. Ini berarti jumlah penderita prnyakit diabetes mellitus akan menuju nol dan menghilang dari populasi (tidak ada penderita diabetes di dalam populasi). Sedangkan untuk* $\beta = 0,000031$ *diperoleh* $r_0 = 4.1145 > 1$. *Kkelas Ill dan Ill with Treatment setimbang dititik bukan nol. Ini berarti jumlah penderita prnyakit diabetes mellitus akan selalu ada dalam populasi (penyakit diabetes menjadi endemik). Pada artikel ini, penulis memadukan Metode Hamming dengan Runge Kutta orde 4. Berdasarkan hasil simulasi numerik dapat disimpulkan Metode Hamming yang merupakan salah satu metode prediktor korektor sangat layak digunakan untuk mencari solusi numerik model epidemik SEII$_T$ pada penyakit Diabetes Mellitus.*
Kata kunci: Model SEIIt, Diabetes Mellitus, Metode Hamming, Runge Kutta Orde 4

1. PENDAHULUAN

Salah satu penyakit yang banyak dihadapi oleh masyarakat Indonesia adalah penyakit Diabetes Mellitus. Berbagai upaya dan penelitian dilakukan untuk mengurangi jumlah penderita penyakit ini. Pemodelan matematika untuk penyakit diabetes telah banyak dilakukan. Model yang disimulasikan dalam artikel ini adalah model SEII$_T$ (M.Kharis, Moch Chotim ,2014). Model ini termasuk model yang baik dan dapat digunakan untuk prediksi penderita penyakit Diabetes Mellitus.

Metode hamming adalah salah satu metode prediktor korektor atau metode banyak langkah. Penelitian mengenai penggunaan metode prediktor korektor untuk menyelesaikan persamaan diferensial khususnya persamaan diferensial biasa nonlinier telah banyak dilakukan, misalkan metode *Adam Basforth Moulton* (Apriadi, Bayu Prihandono, Evi Noviani. 2014). Namun dalam artikel ini, metode yang digunakan adalah metode Hamming yang dipadukan dengan metode Runge Kutta Orde 4untuk menentukan solusi numerik model epidemik SEII$_T$.

Berbeda dengan metode Runge Kutta Orde 4, Metode hamming memerlukan nilai awal yang lebih banyak. Hal inilah yang membuat metode ini disebut metode banyak langkah. Nilai awal tersebut biasanya dicari dengan menggunakan metode lain, misalnya metode Euler. Namun kali ini, penulis memadukan antara metode RK4 dengan metode Hamming.

 ISBN : 978-602-60838-1-4

2. METODE PENELITIAN

Dalam partikel ini, penulis memadukan metode RK4 dengan *Hamming Method*. Pertama tama penulis akan menggunakan metode RK4 untuk mencari nilai hingga 4 langkah. Setelah diperoleh data 4 langkah, maka dilanjutkan dengan metode Hamming. Model yang disimulasikan dalam artikel ini adalah model SEIIt (M.Kharis, Moch Chotim,2014). Pertama-tama model SEIIt diubah kebentuk diskrit sehingga solusinya dapat ditentukan dengan menggunakan metode numerik. Setelah diperoleh model diskritnya, selanjutnya penulis membuat software dengan menggunakan Matlab dan melakukan simulasi numerik.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model SEII$_T$ pada penyakit diabetes dapat dinyatakan sesuai dengan persamaan di bawah:

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= A - \mu N - \delta_1 I - \delta_2 I_T \\ \frac{dE(t)}{dt} &= \beta(N - E - I - I_T)E - \mu E - E \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \alpha\gamma E - (\mu + \delta_1)I \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1) \\ \frac{dI_T(t)}{dt} &= (1 - \alpha\gamma)E - (\mu + \delta_2)I_T \end{aligned}$$

(M.Kharis, Moch Chotim , 2014)

Bilangan *basic repdoduction* yang sesuai dengan model (1) dinyatakan dengan persamaan $r_0 = \dfrac{\beta A}{\mu(\mu+1)}$.. Selanjutnya karena $N = S + E + I + I_T$ maka model (1) diubah kebentuk diskrrit

$$\begin{aligned} f(t_i, S_i, E, I, I_T) &= \frac{dS(t)}{dt} = A - \mu(S + E) - (\delta_1 + \mu)I - (\delta_2 + \mu)I_T \\ g(t_i, S_i, E, I, I_T) &= \frac{dE(t)}{dt} = \beta SE - \mu E - E \\ o(t_i, S_i, E, I, I_T) &= \frac{dI(t)}{dt} = \alpha\gamma E - (\mu + \delta_1)I \\ v(t_i, S_i, E, I, I_T) &= \frac{dI_T(t)}{dt} = (1 - \alpha\gamma)E - (\mu + \delta_2)I_T \end{aligned}$$

Nilai $S_i, E_i, I_i, I_{Ti} (i = 1, 2, 3)$ akan ditentukan dengan menggunakan metode Runge Kutta Orde 4 (RK4) sesuai dengan persamaan di bawah:

 ISBN : 978-602-60838-1-4

$$S_{i+1} = S_i + \frac{1}{6}h(q_1^f + 2q_2^f + 2q_3^f + q_4^f)$$
$$E_{i+1} = E_i + \frac{1}{6}h(q_1^g + 2q_2^g + 2q_3^g + q_4^g)$$
$$I_{i+1} = I_i + \frac{1}{6}h(q_1^o + 2q_2^o + 2q_3^o + q_4^o)$$
$$I_{T\,i+1} = I_{T\,i} + \frac{1}{6}h(q_1^v + 2q_2^v + 2q_3^v + q_4^v)$$

dengan

$$q_1^f = f(t_i, S_i, E_i, I_i, I_{Ti})$$
$$q_1^g = g(t_i, S_i, E_i, I_i, I_{Ti})$$
$$q_1^o = o(t_i, S_i, E_i, I_i, I_{Ti})$$
$$q_1^v = v(t_i, S_i, E_i, I_i, I_{Ti})$$

$$q_2^f = f(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_1^f h}{2}, E_i + \frac{q_1^g h}{2}, I_i + \frac{q_1^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_1^v h}{2})$$
$$q_2^g = g(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_1^f h}{2}, E_i + \frac{q_1^g h}{2}, I_i + \frac{q_1^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_1^v h}{2})$$
$$q_2^o = o(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_1^f h}{2}, E_i + \frac{q_1^g h}{2}, I_i + \frac{q_1^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_1^v h}{2})$$
$$q_2^v = v(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_1^f h}{2}, E_i + \frac{q_1^g h}{2}, I_i + \frac{q_1^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_1^v h}{2})$$

$$q_3^f = f(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_2^f h}{2}, E_i + \frac{q_2^g h}{2}, I_i + \frac{q_2^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_2^v h}{2})$$
$$q_3^g = g(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_2^f h}{2}, E_i + \frac{q_2^g h}{2}, I_i + \frac{q_2^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_2^v h}{2})$$
$$q_3^o = o(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_2^f h}{2}, E_i + \frac{q_2^g h}{2}, I_i + \frac{q_2^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_2^v h}{2})$$
$$q_3^v = v(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{q_2^f h}{2}, E_i + \frac{q_2^g h}{2}, I_i + \frac{q_2^o h}{2}, I_{Ti} + \frac{q_2^v h}{2})$$

$$q_4^f = f(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + q_3^f h, E_i + q_3^g h, I_i + q_3^o h, I_{Ti} + q_3^v h)$$
$$q_4^g = g(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + q_3^f h, E_i + q_3^g h, I_i + q_3^o h, I_{Ti} + q_3^v h)$$
$$q_4^o = o(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + q_3^f h, E_i + q_3^g h, I_i + q_3^o h, I_{Ti} + q_3^v h)$$
$$q_4^v = v(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + q_3^f h, E_i + q_3^g h, I_i + q_3^o h, I_{Ti} + q_3^v h)$$

 ISBN : 978-602-60838-1-4

Setelah diperoleh $S_i, E_i, I_i, I_{Ti}(i=1,2,3)$, dilanjut dengan metode Hamming

$$S_{i+1} = c_{i+1}^f + \frac{9}{121}(p_{i+1}^f - c_{i+1}^f)$$
$$E_{i+1} = c_{i+1}^g + \frac{9}{121}(p_{i+1}^g - c_{i+1}^g)$$
$$I_{i+1} = c_{i+1}^o + \frac{9}{121}(p_{i+1}^o - c_{i+1}^o)$$
$$I_{Ti+1} = c_{i+1}^v + \frac{9}{121}(p_{i+1}^v - c_{i+1}^v)$$

Dengan

$$c_{i+1}^f = 9S_i - S_{i-2} + \frac{3h}{8}(2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i)$$
$$c_{i+1}^g = 9E_i - E_{i-2} + \frac{3h}{8}(2g_{i-2} - g_{i-1} + 2g_i)$$
$$c_{i+1}^o = 9I_i - I_{i-2} + \frac{3h}{8}(2o_{i-2} - o_{i-1} + 2o_i)$$
$$c_{i+1}^v = 9I_{Ti} - I_{Ti-2} + \frac{3h}{8}(2v_{i-2} - v_{i-1} + 2v_i)$$

$$f_{i+1} = f(t_{i+1}, m_{i+1}^f, m_{i+1}^g, m_{i+1}^o, m_{i+1}^v)$$
$$g_{i+1} = g(t_{i+1}, m_{i+1}^f, m_{i+1}^g, m_{i+1}^o, m_{i+1}^v)$$
$$o_{i+1} = o(t_{i+1}, m_{i+1}^f, m_{i+1}^g, m_{i+1}^o, m_{i+1}^v)$$
$$v_{i+1} = v(t_{i+1}, m_{i+1}^f, m_{i+1}^g, m_{i+1}^o, m_{i+1}^v)$$

$$m_{i+1}^f = p_{i+1}^f + \frac{112}{121}(S_i - p_i^f)$$
$$m_{i+1}^g = p_{i+1}^g + \frac{112}{121}(E_i - p_i^g)$$
$$m_{i+1}^o = p_{i+1}^o + \frac{112}{121}(I_i - p_i^o)$$
$$m_{i+1}^v = p_{i+1}^v + \frac{112}{121}(I_{Ti} - p_i^v)$$

 ISBN : 978-602-60838-1-4

$$p_{i+1}^{f} = S_{i-3} + \frac{4h}{3}(2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i)$$
$$p_{i+1}^{g} = E_{i-3} + \frac{4h}{3}(2g_{i-2} - g_{i-1} + 2g_i)$$
$$p_{i+1}^{o} = I_{i-3} + \frac{4h}{3}(2o_{i-2} - o_{i-1} + 2o_i)$$
$$p_{i+1}^{v} = I_{Ti-3} + \frac{4h}{3}(2v_{i-2} - v_{i-1} + 2v_i)$$

Setelah itu, dilakukan simulasi numerik model SEII$_T$ dengan menggunakan *Metode Hamming-RK4* berbantuan MATLAB dengan menggunakan parameter

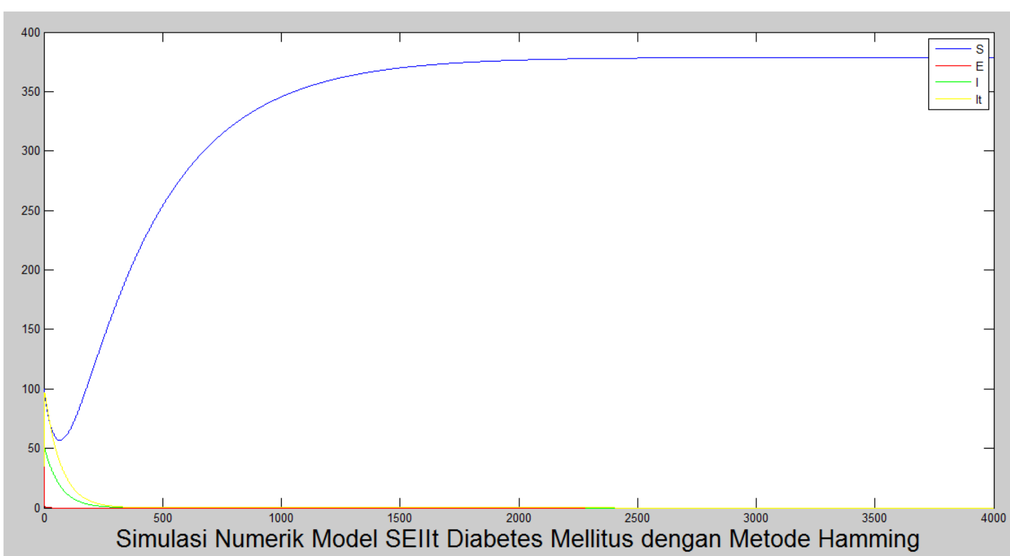
$\mu = 0,00132$
$A = 2$
$\alpha\gamma = 0,04$
$\delta_1 = 0,00139$
$\delta_2 = 0,0134$

(M.Kharis, Moch Chotim, 2014)

Simulasi Numerik

Dengan menggunakan nilai awal $S(0) = 100; E(0) = 70; I(0) = 50; I_T(0) = 35$ dan $\beta = 0,00009$ diperoleh $r_0 = 0,1361 < 1$. Berdasarkan kurva grafik 1, dapat terlihat kelas *Ill* dan *Ill with Treatment* menuju 0 seiring berjalannya waktu dan. Ini berarti jumlah penderita prnyakit diabetes mellitus akan menuju nol dan menghilang dari populasi (tidak ada penderita diabetes di dalam populasi).

Grafik 1. Simulasi Model Epidemik SEII$_T$ ($r_0 < 1$)



 ISBN : 978-602-60838-1-4

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil simulasi yang diperoleh, dapat ditarik kesimpulan bahwa metode Hamming yang merupakan salah satu metode prediktor korektor sangat layak digunakan untuk mencari solusi numerik model epidemik $SEII_T$ pada penyakit Diabetes Mellitus. Dengan memilih $\beta = 0,00009$ diperoleh $r_0 = 0,1361 < 1$. Berdasarkan kurva grafik 1, dapat terlihat kelas *Ill* dan *Ill with Treatment* menuju 0 seiring berjalannya waktu dan. Ini berarti jumlah penderita prnyakit diabetes mellitus akan menuju nol dan menghilang dari populasi (tidak ada penderita diabetes di dalam populasi). Pada artikel ini, penulis memadukan Metode Hamming dengan Runge Kutta orde 4.

DAFTAR PUSTAKA

M.Kharis, Moch Chotim. 2014. Model Matematika untuk Penyakit Diabetes Mellitus Tanpa Faktor Genetik dengan PerawatanUNNES Journal of Mathematics. Volume 3 Nomor 1.

Apriadi, Bayu Prihandono, Evi Noviani. 2014. Metode Adams-Bashforth-Moulton dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linear. Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster). Volume 3 Issue 2. p.107 – 116.